ECONOMIA DEI MERCATI MONETARI E FINANZIARI

(4) Gli impieghi finanziari del risparmio

Teoria microeconomica standard

La scelta consumo-risparmio viene analizzata dalla teoria microeconomica con la teoria della scelta intertemporale.

In questa si assume che ci sia un'unica attività finanziaria. Tale attività è rappresentata da quelli che abbiamo definito titoli a rendimento fisso. Per questi titoli il tasso di rendimento effettivo (TRE) è uguale al tasso di interesse in quanto il loro prezzo non varia nel tempo a causa delle variazioni di domanda e offerta.

Altri titoli

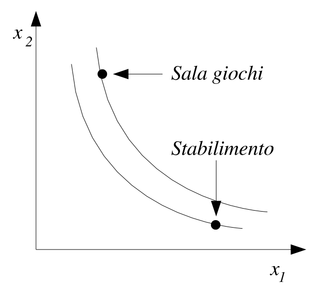
come abbiamo visto, esistono poi

- titoli a interesse fisso e valore variabile
- titoli a reddito variabile

Per questi titoli il prezzo cambia nel tempo. Ad una certa data futura il prezzo può assumere diversi valori. Supponiamo di conoscere i prezzi possibili e che siamo in grado di attribuire ad ognuno di questi una probabilità. In sostanza il prezzo di un titolo ad una data futura è una Variabile Casuale di cui conosciamo la distribuzione di probabilità. Se vogliamo analizzare la scelta del soggetto in presenza di questi titoli dobbiamo stabilire come egli decide in presenza di Variabili Casuali.

Esempio

Scelta tra aprire uno stabilimento balneare o una sala giochi. Indichiamo con x_1 il ricavo se il tempo è buono; x_2 il ricavo se il tempo è cattivo.
L'insieme di scelta è costituito dai due punti della figura.
In questo esempio il soggetto sceglie di aprire la sala giochi (curva di indifferenza più alta).



Combinazione delle due variabili

Supponiamo ora che la decisione non sia o l'una o l'altra Variabile casuale, ma che si possa possedere contemporaneamente le due attività (sala giochi e stabilimento) con le seguenti limitazioni

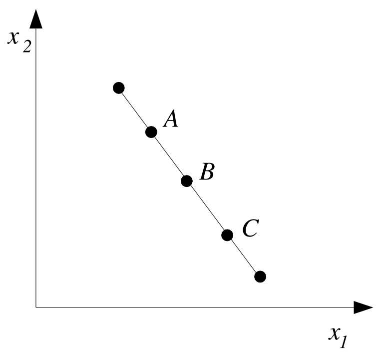
- il decisore non può avvalersi di collaboratori (ovvero non può tenere contemporaneamente aperte le due attività)
- il decisore viene a conoscenza delle condizioni climatiche solo dopo essersi recato al lavoro.
- egli non può cambiare la sua decisione dopo aver osservato le condizioni climatiche

Quindi ogni mattina il nostro soggetto deve decidere quale attività fare e una volta arrivato al lavoro saprà se il tempo è buono o cattivo.

In questo contesto la decisione è sul numero di giorni (in un certo periodo) in cui andare allo stabilimento o alla sala giochi.

In sostanza si deve decidere come combinare le due Variabili Casuali.

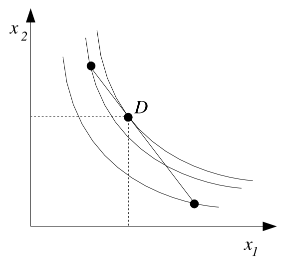
Se si ha la possibilità di combinare le variabili casuali, l'insieme di scelta si amplia.



Ad esempio
il punto A rappresenta la combinazione di redditi che si ottiene tenendo aperta la sala giochi il 75% dei giorni.
il punto B quella che si ottiene aprendo la sala giochi per il 50% dei giorni. Ecc.

Scelta

La possibilità di combinare variabili casuali consente di raggiungere utilità più elevate.



Il punto D è comunque una variabile casuale.

Rappresentazione di una VC

VC= variabile casuale

Negli esempi precedenti abbiamo potuto rappresentare le VC nel piano x_1, x_2 in quanto si tratta di casi particolari, ovvero:

- gli esiti possibili sono due e sono uguali per tutte le VC
- le probabilità sono le stesse nei due stati

ma in genere, soprattutto quando si parla di prezzo o rendimento dei titoli, il numero di esiti possibili è elevatissimo (infinito) e la probabilità di un certo stato varia da VC a VC.

Esiste un modo per sintetizzare questo numero elevatissimo di informazioni?

Rappresentazione di una VC

Si: Quando si ha una VC è possibile calcolare dei valori che la descrivono parzialmente o in modo completo.

Ad esempio la VC gaussiana (o normale) è descritta totalmente dalla sua media e dalla sua deviazione standard.

Questo significa che se conosciamo media e deviazione standard di una VC distribuita "normalmente" siamo in grado di

- conoscere tutti i possibili esiti
- abbinare ad ogni possibile esito una probabilità

Riassumendo

Le VC possono essere rappresentate sinteticamente da un basso numero di valori. Nel caso di VC normali ne bastano due: media e deviazione standard.

Nel nostro studio assumeremo che:

- esistano titoli a valore e rendimanto variabile (che chiameremo nel prosieguo titoli rischiosi) e titoli a rendimento fisso (che chiameremo titoli privi di rischio)
- il valore e il rendimento dei titoli rischiosi sono delle VC normali

possiamo dunque rappresentare graficamente i nostri titoli sul piano deviazione standard-media

Nelle prossime diapositive

Per consentire la scelta occorre:

1. identificare l'insieme ammissibile
2. determinare le curve di indifferenza
3. effettuare la scelta utilizzando le due precedenti

Nelle prossime diapositive faremo questi tre passi con una rappresentazione media-deviazione standar delle VC.

la parte più laboriosa è l'individuazione dell'insieme ammissibile. A tale scopo adottiamo la seguente strategia:

- identificazione dell'insieme sotto l'ipotesi che esistano solo titoli rischiosi
- estensione di tale insieme al caso in cui ci siano titoli privi di rischio.

1 Insieme ammissibile con due titoli rischiosi

Situazione:

abbiamo soltanto due titoli rischiosi (i titoli a rendimento fisso verranno inseriti successivamente). indichiamo con μ_1 e μ_2 le medie del redimento e σ_1 e σ_2 le relative deviazioni standard[1]

dobbiamo investire la ricchezza in uno di questi o una combinazione dei due.

Chiamiamo α_1 la percentuale di ricchezza investita nel titolo 1 e α_2 quella investita nel titolo 2.

[1] sul libro di testo la media del rendimento è indicata con r_i^e quindi nel confrontare con il libro si tenga conto che $r_1^e = \mu_1$ e $r_2^e = \mu_2$

Una combinazione dei titoli è una nuova VC. Per rappresentarla sul grafico dobbiamo calcolare la sua media e la sua deviazione standard.

Sappiamo dalla statistica che la media di una combinazioni di VC è

$$\mu = \mu_1\alpha_1 + \mu_2\alpha_2$$

mentre la deviazione standard è

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sigma_1^2\alpha_1^2 + \sigma_2^2\alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2\sigma_{12}} \quad (1)$$

dove

$$\sigma_{12} = \rho\sigma_1\sigma_2$$

è la covarianza e ρ il coefficiente di correlazione. ρ è importante in quanto varia tra -1 e 1 e quindi è un indice che permette confronti.

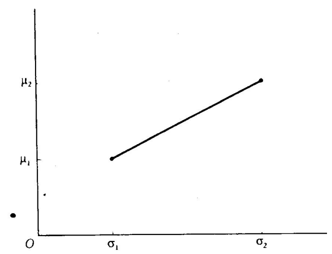
combinazione di due titoli con $\rho = 1$

Se $\rho = 1$ le variazioni del rendimento dei due titoli in un certo periodo sono uguali. ad esempio Se il rendimento del titoli 1 è aumentato dello 0,5% anche quello del titolo 2 è aumentato dello 0,5.

L'equazione (1) diventa:

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_1\alpha_1 + \sigma_2\alpha_2)^2}$$

$$\sigma = \sigma_1\alpha_1 + \sigma_2\alpha_2$$



Si noti in questo caso non esiste nessuna combinazione con $\sigma = 0$: il rischio non può essere eliminato.

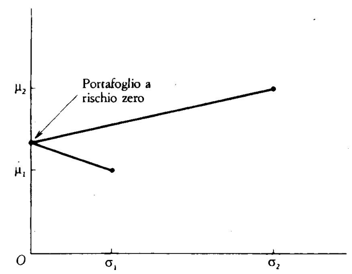
combinazione di due titoli con $\rho = -1$

Se $\rho = -1$ le variazioni del rendimento dei due titoli in un certo periodo sono uguali ma di segno contrario. ad esempio Se il rendimento del titoli 1 è aumentato dello 0,5% quello del titolo 2 è diminuito dello 0,5.

L'equazione (1) diventa:

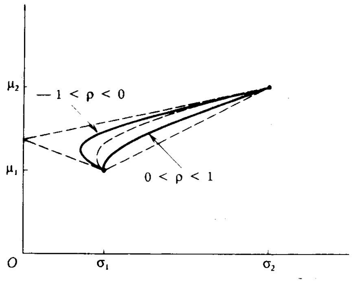
$$\sigma = \sqrt{(\sigma_1\alpha_1 - \sigma_2\alpha_2)^2}$$

$$\sigma = \sigma_1\alpha_1 - \sigma_2\alpha_2$$



Si noti in questo caso esiste una combinazione con $\sigma = 0$: il rischio può essere eliminato.

combinazione di due titoli con $-1 < \rho < 1$



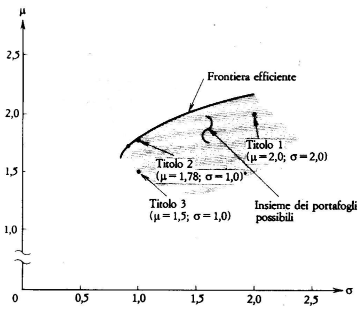
combinazione di più di due titoli rischiosi

In questo caso le variabili che ci interessano hanno un'espressione più complicata

$$\mu = \sum_k \mu_k \alpha_k$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_k \sigma_k^2 \alpha_k^2 + \sum_{kj} \sigma_{kj} \alpha_k \alpha_j}$$

occorre tener conto di tutte le correlazioni che i titoli hanno tra di loro: $\sum_{kj} \sigma_{kj} \alpha_k \alpha_j$



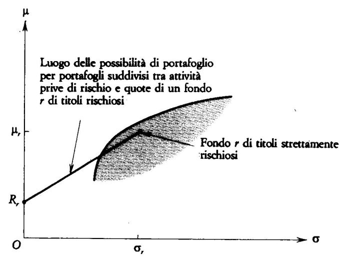
L'area ombreggiata è l'insieme delle possibilità ammissibili.

Ogni punto è una combinazione di titoli che chiamiamo portafoglio.

Un portafoglio è una variabile casuale che può a sua volta essere combinata con altre.

Combinazione di un titolo privo di rischio e di un portafoglio di titoli rischiosi

Anche un titolo privo di rischio può essere visto come una VC. Si tratta di una particolare VC detta "degenere" ovvero che può assumere un solo valore con probabilità pari a 1.

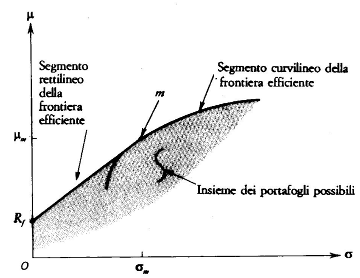


Le nuove combinazioni ammissibili si trovano lungo una retta in quanto il titolo privo di rischio ha *standar deviation* uguale a zero.

l'insieme ammissibile individuato nella figura precedente non è quello migliore: è possibile scegliere portafogli rischiosi (da combinare con il titolo privo di rischio) che diano maggiore rendimento a parità di rischio.

È possibile in sostanza ampliare l'insieme ammissibile.

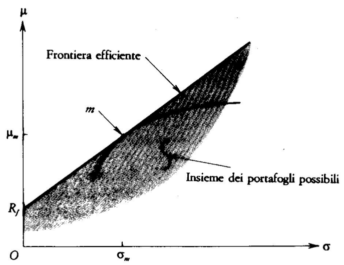
L'insieme ammissibile più ampio che è possibile ottenere è rappresentato qui sotto



Il portafoglio indicato con m è molto importante: è quello che se verrà scelto consentirà di ampliare al massimo l'insieme di scelta.

Viene detto "portafoglio di mercato"

Se diamo ai soggetti la possibilità di indebitarsi si ottiene un ulteriore ampliamento dell'insieme ammissibile.



Possiamo scrivere l'equazione della frontiera efficiente. Si tratta di una retta con intercetta pari al tasso privo di

rischio (R_f) e passante per il punto (σ_m, μ_m)

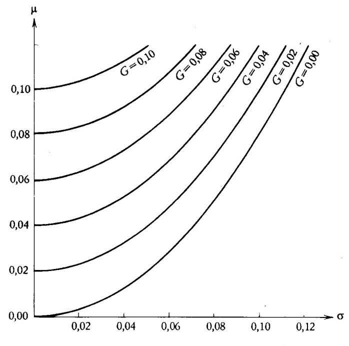
$$\mu = R_f + \frac{\mu_m - R_f}{\sigma_m}\sigma$$

retta di mercato (*capital market line*).

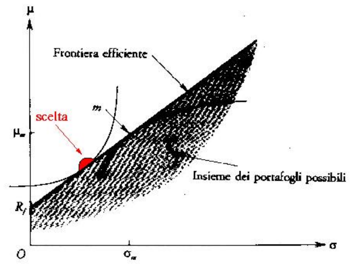
L'inclinazione della linea ci dice quanto rendimento possiamo ottenere se accettiamo aumenti di rischio. Il coefficiente $\frac{\mu_m - R_f}{\sigma_m}$ è definito come il prezzo del rischio o premio per il rischio.

2 Curve di indifferenza

Per un soggetto avverso al rischio le curve di indifferenza sono concave verso l'alto. Un aumento del rischio richiede un aumento del rendimento più che proporzionale per mantenere l'utilità costante.



3 Scelta



Sul mercato possiamo osservare tassi di interesse diversi in quanto a impieghi più rischiosi devono corrispondere rendimenti attesi più alti.

Contrariamente a quello che si potrebbe pensare, la gente detiene attività liquide anche se rendono poco. La

loro presenza nei portafogli può essere giustificata dal fatto che queste attività non sono rischiose.

Esistono molti portafogli efficienti (che comprendono solo titoli rischiosi) ma solo uno di essi è ottimale (il portafoglio di mercato). Tutti gli individui sceglieranno di detenere questo portafoglio. La percentuale della ricchezza investita in questo portafoglio varia da individuo a individuo in base all'avversione al rischio.

Applicazioni

Le osservazioni derivanti dalla teoria fin qui vista ci aiutano ad analizzare e a giungere a delle considerazioni in vari campi. Tra questi:

- individuare il rendimento dei singoli titoli rischiosi
- individuare l'effetto sui tassi di cambio della domanda e offerta di titoli esteri
- individuare le determinanti della domanda di moneta e la derivazione della funzione di domanda di moneta.

Qui ci occuperemo del primo punto.

Rendimento dei titoli rischiosi

Se si assume che gli agenti scelgono utilizzando la teoria del portafoglio è possibile determinare i rendimenti teorici dei titoli rischiosi. Il modello che ci consente di giungere a questo risultato viene denominato "modello di valutazione delle attività finanziarie" (*Capital Asset Pricing Model*) in gergo conosciuto come CAPM.

La derivazione rigorosa si basa sull'ottimizzazione matematica. Evitiamo questa modalità procedendo in modo intuitivo.

Supponiamo che appaia sul mercato una nuova attività. Qual è la sua corretta valutazione?

La nuova attività è caratterizzata dalle seguenti variabili: μ_i, σ_i e ρ_{im}

Il mercato impone che:

1. $\mu_i = \mu_m$ se $\sigma_i = \sigma_m$ e $\rho_{im} = 1$

2. Il premio per il rischio è $\frac{\mu_m - R_f}{\sigma_m}$

Il nostro scopo è ottenere un'equazione simile alla *capital market line*. Possiamo dunque ipotizzare

$$\mu_i - R_f = \frac{\mu_m - R_f}{\sigma_m} x_i$$

in cui utilizziamo il premio per il rischio. Possiamo quindi dire che la formula appena scritta rispetta la condizione 2.

Dobbiamo ora determinare x_i.

Se usiamo la seguente formulazione $x_i = \rho_{im}\sigma_i$, ovvero

$$\mu_i - R_f = \frac{\mu_m - R_f}{\sigma_m} \rho_{im}\sigma_i$$

vediamo che anche la condizione 1 è rispettata:

$$\mu_i - R_f = \frac{\mu_m - R_f}{\sigma_m} 1\sigma_m \Rightarrow \mu_i = \mu_m$$

possiamo riscrivere l'espressione a cui siamo giunti come:

$$\mu_i - R_f = (\mu_m - R_f)\frac{\sigma_i}{\sigma_m}\rho_{im}$$

Si introduce poi la variabile β_i

$$\mu_i - R_f = (\mu_m - R_f)\beta_i$$

con $\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m}\rho_{im}$.

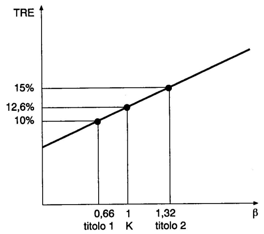
Si noti che $\frac{\sigma_i}{\sigma_m}$ ci dà la rischiosità del titoli rapportata a quella del portafoglio mentre ρ_{im} ci dice come covariano.

β_i è importante in quanto ci dà la misura del contributo del titolo alla rischiosità del portafoglio.

Se $\beta_i = 0$ il titolo non apporta rischio e il suo rendimento è uguale a quello privo di rischio.

Un'attività con volatilità maggiore di quella di mercato $\frac{\sigma_i}{\sigma_m} > 1$ ha un rendimento minore a quella priva di rischio se anticorrelata con il portafoglio di mercato $\rho < 0$

I titoli rischiosi si dovrebbero collocare lungo la "retta di valutazione dei titoli" ($secutity\ market\ line$) qui sotto riportata



Una conclusione importante

Se si hanno delle variabili casuali non perfettamente correlate tra di loro, la diversificazione riduce il rischio.

Fine